

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ-28.02.2015
Clasa a VII-a

1. Se dau numerele:

$$x = 2 \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2016} \right)$$

$$y = \left(\frac{1008}{3 - \sqrt{2}} + \frac{2016}{4 + \sqrt{2}} \right)^{-2} \cdot \frac{1008^3}{44 - \sqrt{2015}}$$

$$z = \sqrt{\sqrt{2017} \cdot (\sqrt{2017} - \sqrt{2015}) - \sqrt{2015} \cdot (\sqrt{2017} - \sqrt{2015})} - \sqrt{(44 - \sqrt{2017})^2}$$

Arătați că xyz este număr natural.

2. Fie a, b, c, d, x, y, z, t numere reale astfel încât:

$$x = bcd + \frac{1}{a}, \quad y = acd + \frac{1}{b}, \quad z = abd + \frac{1}{c}, \quad t = abc + \frac{1}{d}$$

și $ax + by + cz + dt = 1$.

Să se calculeze: $abcd$ și $xyzt$.

GM, Supliment cu exerciții, octombrie 2014

3. În triunghiul isoscel ABC , $[AB] \equiv [AC]$, iar M este mijlocul laturii AB . Paralela prin M la înălțimea AD a triunghiului, intersectează dreapta AC în punctul E . Dacă $\triangle AME$ este echilateral, se cere să:

a) Calculați măsurile unghiurilor triunghiului ABC .

b) Demonstrați că $AEMD$ este romb.

c) Arătați că $AE = \frac{1}{3} CE$.

d) Arătați că $S_{AEMD} = \frac{1}{2} S_{ABC}$.

NOTĂ:

- Timp de lucru 2 ore;
- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect se notează cu maxim 7 puncte.